

des Tables dont on est redevable à quelques mathématiciens, c'est-à-dire pour les nombres à l'égard desquels ces méthodes sont inutiles, elles fatiguent la patience du calculateur le plus exercé, et qu'elles ne sont pour ainsi dire pas applicables à de plus grands nombres. (GAUSS, *Disquisitiones Arithmeticae*, n° 329).

Nous allons exposer une méthode nouvelle qui permet de reconnaître les nombres premiers très-grands, et de décomposer en leurs facteurs des nombres N très-grands, lorsque l'on connaît à l'avance la décomposition en ses facteurs premiers du nombre $N \pm 1$. Cette méthode a reçu l'approbation de MM. GENOCCHI et TSCHEBICHEF, les illustres professeurs des Universités de Turin et de Saint-Pétersbourg, et je tiens à les remercier ici de la bienveillance avec laquelle ils ont accueilli mes premiers essais ¹.

1. Si l'on désigne par a, b, c, \dots , des nombres entiers, et par p un nombre premier, on déduit immédiatement du développement de la puissance p du polynome $a + b + c + \dots$, la congruence

$$a^p + b^p + c^p + \dots \equiv (a + b + c + \dots)^p, \quad (\text{Mod. } p),$$

de laquelle résulte, pour $a = b = c = \dots = 1$, le théorème de FERMAT.

Si, maintenant, a, b, c, \dots , désignent les racines d'une équation dans laquelle les coefficients sont entiers, et celui de la plus haute puissance de l'inconnue égal à l'unité, l'expression

$$a^{np} + b^{np} + c^{np} + \dots - (a^n + b^n + c^n + \dots)^p$$

désigne le produit par p d'une fonction symétrique entière des racines de l'équation, et, par suite, un multiple de p . On a donc encore, en représentant par S_q la somme des puissances $q^{\text{ièmes}}$ des racines de cette équation, la congruence

$$S_{np} \equiv S_n^p, \quad (\text{Mod. } p),$$

et, par l'application du théorème de FERMAT,

$$S_{np} \equiv S_n, \quad (\text{Mod. } p).$$

L'étude des diviseurs premiers de la fonction numérique S_n est fort importante; on a ainsi, en particulier, pour $n = 1$, et $S_1 = 0$, comme dans l'équation

$$x^3 = x + 1,$$

¹ Voir les *Atti della Reale Accademia delle Scienze di Torino*, séance du 21 mai 1876.