SUR
LA RÉFRACTION ET LA RÉFLEXION DE LA LUMIÈRE.

Bulletin de Férussac, Tome XIV, p. 6-10; 1830.

Concevons deux milieux élastiques séparés par le plan des yz, et dans l'un desquels se propagent des ondes élémentaires dont les plans soient parallèles à l'axe des z. L'existence de ces ondes que nous nommerons incidentes entraînera la coexistence 1° d'un deuxième système d'ondes propagées dans le premier milieu, et que l'on nomme réfléchies; 2° d'un troisième système d'ondes propagées dans le deuxième milieu et que l'on nomme réfractées. Car en faisant abstraction de ces ondes réfléchies et réfractées, on ne pourrait satisfaire aux conditions que nous allons indiquer et qui sont relatives à la surface de séparation.

Soient ξ, η, ζ les déplacements de la molécule qui coïncide au bout du temps t avec le point (x, y, z), ces déplacements étant mesurés parallèlement aux axes et s la vitesse de propagation, dans le premier milieu, d'une onde incidente comprise dans un plan parallèle à celui qui a pour équation

$$x \cos\lambda + y \sin\lambda = 0.$$

Les valeurs de ξ, η, ζ, pour un point renfermé dans cette onde incidente, seront de la forme

$$(1) \qquad \left\{ \begin{aligned} \xi &= \sin\lambda\,\varphi(x\cos\lambda + y\sin\lambda - st), \\ \eta &= -\cos\lambda\,\varphi(x\cos\lambda + y\sin\lambda - st), \\ \zeta &= \Phi(x\cos\lambda + y\sin\lambda - st), \end{aligned} \right.$$

les déplacements des molécules étant supposés parallèles au plan de l'onde. Par suite les vitesses $\frac{d\xi}{dt}$, $\frac{d\eta}{dt}$, $\frac{d\zeta}{dt}$, ainsi que les pressions A, B, C, D, E, F, seront des fonctions de la seule quantité variable $x\cos\lambda + y\sin\lambda - st$, et dans le voisinage de la surface de séparation des deux milieux, les valeurs de ces pressions ou de ces vitesses deviendront des fonctions de $y\sin\lambda - st$. Si l'on considère deux systèmes d'ondes simultanément propagées dans le premier milieu, et un système d'ondes propagées dans le second; si d'ailleurs on suppose que l'élasticité de chaque milieu reste la même en tous sens, les équations (1) devront être remplacées, pour le premier milieu, par les formules

$$(2)\quad \begin{cases} \xi = \sin\lambda\varphi(x\cos\lambda + y\sin\lambda - st) + \sin\lambda_1\chi(x\cos\lambda_1 + y\sin\lambda_1 - st), \\ \eta = -\cos\lambda\varphi(x\cos\lambda + y\sin\lambda - st) - \cos\lambda_1\chi(x\cos\lambda_1 + y\sin\lambda_1 - st), \\ \zeta = \Phi(x\cos\lambda + y\sin\lambda - st) + \mathrm{X}(x\cos\lambda_1 + y\sin\lambda_1 - st), \end{cases}$$

et pour le second milieu, par les formules

$$(3)\quad \begin{cases} \xi = \sin\lambda'\varpi(x\cos\lambda' + y\sin\lambda\ - s't), \\ \eta = -\cos\lambda'\varpi(x\cos\lambda' + y\sin\lambda' - s't), \\ \zeta = \Pi(x\cos\lambda' + y\sin\lambda' - s't) \end{cases}$$

ou, ce qui revient au même, par les suivantes :

$$(4)\quad \begin{cases} \xi = \sin\lambda'\Psi\left[\frac{s}{s'}(x\cos\lambda' + y\sin\lambda' - s't)\right], \\ \eta = -\cos\lambda'\Psi\left[\frac{s}{s'}(x\cos\lambda' + y\sin\lambda' - s't)\right], \\ \zeta = \Psi\left[\frac{s}{s'}(x\cos\lambda' + y\sin\lambda' - s't)\right]. \end{cases}$$

Cela posé les valeurs de

$$(5)\quad \frac{d\xi}{dt},\quad \frac{d\eta}{dt},\quad \frac{d\zeta}{dt},\quad \mathrm{A},\quad \mathrm{B},\quad \mathrm{C},\quad \mathrm{D},\quad \mathrm{E},\quad \mathrm{F},$$

correspondant à des points très voisins du plan des yz deviendront, pour le premier milieu, fonctions des seules quantités

$$(6)\quad y\sin\lambda - st,\quad y\sin\lambda_1 - st;$$

et pour le deuxième milieu, fonctions des seules quantités

$$\frac{s}{s'}y\sin\lambda' - st. \tag{7}$$

Or pour obtenir les conditions relatives à la surface de séparation, il suffit d'écrire que les valeurs dont il s'agit, ou du moins quelques-unes d'entre elles, restent les mêmes dans le passage d'un milieu à l'autre, et dès lors ces conditions ne peuvent être remplies à moins qu'on n'ait

$$y\sin\lambda - st = y\sin\lambda_1 - st = \frac{s}{s'}y\sin\lambda' - st,$$

quelles que soient y et t; et par suite

$$\sin\lambda = \sin\lambda_1 = \frac{s}{s'}\sin\lambda'. \tag{8}$$

Or, en observant que pour $s' = s$, on devrait avoir non seulement $\sin\lambda' = \sin\lambda$, mais encore $\cos\lambda' = \cos\lambda$, on tirera de la formule (8)

$$\sin\lambda_1 = \sin\lambda, \qquad \cos\lambda_1 = -\cos\lambda, \tag{9}$$

$$\sin\lambda' = \frac{s'}{s}\sin\lambda, \qquad \cos\lambda' = \left(1 - \frac{s'^2}{s^2}\sin^2\lambda\right)^{\frac{1}{2}}. \tag{10}$$

Donc l'angle d'incidence est égal à l'angle de réflexion, tandis que les sinus des angles d'incidence et de réfraction sont entre eux comme les vitessse de propagation de la lumière dans les deux milieux. De plus, on reconnaîtra sans peine que, dans le cas où la lumière incidente est polarisée perpendiculairement à l'axe des z, les valeurs de la vitesse $\frac{d\xi}{dt}$ et de la pression A relatives à la surface de séparation doivent être les mêmes pour les deux milieux, et l'on obtiendra ainsi des formules qui s'accordent avec la loi de M. Brewster sur l'angle de polarisation complète, si l'on suppose que la densité de l'éther reste la même dans les deux milieux. Cette hypothèse étant admise, les fonctions $\chi'(x)$, $\psi'(x)$ se trouveront liées à la fonction $\varphi'(x)$ par les formules

$$\frac{\chi'(x)}{\varphi'(x)} = \frac{\sin 2\lambda - \sin 2\lambda'}{\sin 2\lambda + \sin 2\lambda'}, \qquad \frac{\psi'(x)}{\varphi'(x)} = \frac{\sin\lambda}{\sin\lambda'}\,\frac{2\sin 2\lambda}{\sin 2\lambda + \sin 2\lambda'}. \tag{11}$$

Enfin, comme dans le cas où la lumière se trouverait polarisée parallèlement à l'axe des z, ce seraient évidemment les composantes D, E de la pression totale $\sqrt{C^2+D^2+E^2}$ supportée près de la surface de séparation par un plan perpendiculaire à l'axe des z, qui devraient conserver les mêmes valeurs pour les deux milieux élastiques, il en résulte que les fonctions $X'(x)$, $\Psi'(x)$ seront liées à la fonction $\Phi'(x)$ par les formules

$$\frac{X'(x)}{\Phi'(x)} = \frac{\sin(\lambda'-\lambda)}{\sin(\lambda'+\lambda)}, \qquad \frac{\Psi'(x)}{\Phi'(x)} = \frac{\sin\lambda}{\sin\lambda'}\,\frac{\sin 2\lambda}{\sin(\lambda'+\lambda)}. \tag{12}$$

La première des formules (11) et la première des formules (12) coïncident avec celles que Fresnel a données dans le n° 17 des *Annales de physique et de chimie*. Les formules (11) et (12) doivent être réunies, lorsque le lumière incidente n'est polarisée ni parallèlement à l'axe des z, ni perpendiculairement à cet axe. Ces formules montrent que la lumière réfléchie est polarisée tout entière dans le plan de réflexion, quand le rayon réfléchi est perpendiculaire au rayon réfracté, et s'accordent avec toutes les observations des physiciens sur la réflexion ou la réfraction de la lumière. Il suit des mêmes formules que les carrés des vitesses des molécules lumineuses dans les ondes incidentes, réfléchie et réfractée, sont proportionnels aux trois quantités 1, Θ, Θ', ces quantités 1, Θ, Θ' étant déterminées, 1° quand la lumière incidente est polarisée perpendiculairement à l'axe des z, par les équations

$$\Theta = \left(\frac{\sin 1\lambda - \sin 2\lambda'}{\sin 2\lambda + \sin 2\lambda'}\right)^2, \qquad \Theta' = \left(\frac{\sin\lambda}{\sin\lambda'}\right)^2 \left(\frac{2\sin 2\lambda}{\sin 2\lambda + \sin 2\lambda'}\right)^2, \tag{13}$$

2° quand la lumière est polarisée parallèlement à l'axe des z, par les deux suivantes :

$$\Theta = \left(\frac{\sin(\lambda'-\lambda)}{\sin(\lambda'+\lambda)}\right)^2, \qquad \Theta' = \left(\frac{\sin\lambda}{\sin\lambda'}\right)^2 \left(\frac{\sin 2\lambda}{\sin(\lambda'+\lambda)}\right)^2. \tag{14}$$

Si l'on nomme Θ'' ce que devient Θ' quand on change entre eux les angles λ, λ', on tirera des formules (13) ou des formules (14)

$$\Theta'\Theta'' = (1-\Theta)^2. \tag{15}$$

D'ailleurs, si le deuxième milieu est terminé par deux faces parallèles, dont l'une coïncide avec le plan des yz, et si l'on représente par 1 l'intensité de la lumière incidente, Θ sera l'intensité de la lumière réfléchie par la première surface, tandis que les quantités de lumière qui s'échapperont du deuxième milieu après deux réfractions, dont la seconde pourra s'opérer à la suite d'une ou de plusieurs réflexions consécutives, seront respectivement exprimées par les produits $\Theta'\Theta''$, $\Theta\Theta'\Theta''$, $\Theta^2\Theta'\Theta''$, etc., dont la somme, en vertu de la formule (15), sera

$$(16)\qquad \Theta'\Theta''(1+\Theta+\Theta^2+\ldots)=(1-\Theta)^2(1+\Theta+\Theta^2\ldots)=1-\Theta.$$

En ajoutant à cette dernière expression la quantité de lumière réfléchie par la première surface, on obtiendra pour somme l'unité. Donc la lumière polarisée perpendiculairement ou parallèlement à l'axe des z, n'éprouvera aucune diminution résultant de son passage à travers le second milieu. Cette proposition se trouve d'accord avec l'expérience, et s'étend évidemment au cas où les vitesses initiales des molécules ont des directions quelconques, attendu que dans ce dernier cas, la vitesse d'une molécule a pour carré la somme des carrés de ses deux composantes, parallèle et perpendiculaire à l'axe des z.

Note sur la dispersion de la lumière.

Supposons qu'une onde lumineuse comprise dans un plan parallèle au plan des zx se propage dans un milieu élastique; admettons de plus qu'on prenne pour axe des x une droite parallèle aux déplacements des molécules, en sorte qu'on ait $\eta=0$, $\zeta=0$; d'ailleurs ξ ne sera fonction que de y et t; en conséquence, si l'on pousse l'approximation jusqu'aux dérivées du quatrième ordre, on obtiendra pour déterminer ξ l'équation différentielle

$$(1)\qquad \frac{d^2\xi}{dt^2}=\mathrm{R}\frac{d^2\xi}{dy^2}+\mathrm{R}'\frac{d^4\xi}{dy^4},$$

à laquelle on satisfait en prenant, par exemple,

$$(2)\qquad \xi=\mathrm{K}\sin[k(y+\Omega t)],$$

pourvu qu'on ait :

$$(3) \qquad \Omega^2 = \mathrm{R} - \mathrm{R}'k^2 = s^2(1 - \theta k^2)$$

en posant

$$\mathrm{R} = s^2, \qquad \mathrm{R}' = \theta\mathrm{R} = \theta s^2,$$

Si l'on désigne par l la longueur d'une ondulation, c'est-à-dire la distance, mesurée suivant l'axe des y, de deux molécules pour lesquelles au même instant t, ξ et $\frac{d\xi}{dt}$, sont les mêmes, on aura

$$(4) \qquad l = \frac{2\pi}{k}.$$

De même en désignant par T le temps d'une oscillation, c'est-à-dire le temps nécessaire pour que les valeurs de ξ et $\frac{d\xi}{dt}$ correspondant à une même molécule deviennent les mêmes; T sera déterminé par l'équation

$$(5) \qquad \Omega\mathrm{T} = \frac{2\pi}{k} = l,$$

c'est de cette valeur T que dépend la nature d'une couleur.

Les formules (3) et (5) renferment toute la théorie de la dispersion. Ajoutons que de ces formules, jointes à celles de la réfraction et de la réflexion, on conclut immédiatement que, dans la réfraction ou la réflexion la couleur reste ce qu'elle était d'abord, le coefficient de t ne changeant point. Au reste, on peut encore intégrer généralement les équations que j'ai données dans les *Exercices de mathématiques* pour représenter le mouvement d'un système de molécules sollicitées par des forces d'attraction et de répulsion mutuelle, savoir :

$$\frac{d^2\xi}{dt^2} = \mathrm{S}\left\{\pm m\frac{\mathrm{f}(r)}{r}\Delta\xi\right\} + \mathrm{S}\left\{mf(r)\varepsilon\cos\alpha\right\},$$

$$\frac{d^2\eta}{dt^2} = \mathrm{S}\left\{\pm m\frac{\mathrm{f}(r)}{r}\Delta\eta\right\} + \mathrm{S}\left\{mf(r)\varepsilon\cos\beta\right\},$$

$$\frac{d^2\zeta}{dt^2} = \mathrm{S}\left\{\pm m\frac{\mathrm{f}(r)}{r}\Delta\zeta\right\} + \mathrm{S}\left\{mf(r)\varepsilon\cos\gamma\right\},$$

la valeur de ε étant

$$\varepsilon = \frac{1}{r}(\cos\alpha\,\Delta\xi + \cos\beta\,\Delta\eta + \cos\gamma\,\Delta\zeta).$$

On arrive ainsi d'une manière plus générale et plus simple à la polarisation et à la dispersion de la lumière. C'est ce que j'ai montré, au Collège de France, dans mes leçons des 19 et 22 juin 1830, et ce que j'expliquerai plus en détail dans un nouvel article.